

# Modelación hidráulica del río Negro en el Km 20+100, Vía Pacho – La Palma para establecer alternativas que mitiguen la socavación

Gabriel Alfonso Caicedo Rojas<sup>1</sup> / Diego Alejandro Moreno Barco<sup>2</sup>  
Cristian Camilo Álvarez Moreno<sup>3</sup> / Luis Efren Ayala Rojas<sup>4</sup>  
Martha Lucía Tovar Herrán<sup>5</sup>

Fecha de envío: 2 de diciembre de 2007.  
Fecha de aceptación: 1 de junio de 2008.

## RESUMEN

Con el fin de establecer alternativas que mitiguen la socavación en el Km. 20+100 vía Pacho-La Palma se elaboró un modelo hidráulico en el cual se realizaron ensayos con diferentes caudales y estructuras de disipación de energía. De los resultados obtenidos en el modelo, se estipularon niveles de agua y área mojada para cada sección, los cuales sirvieron de base para determinar las líneas de energía sobre el eje trazado, para cada ensayo. Los caudales utilizados en los ensayos corresponden a un caudal medio y máximo, observados por estaciones del IDEAM (Instituto de Hidrológica Meteorología y Estudios Ambientales). Se compararon las líneas de energía resultantes del análisis de los ensayos, estableciendo para condiciones de flujo medio y máximo, que estructura mitiga mejor el efecto de socavación producido por el río Negro sobre la vía.

**Palabras clave:** modelo hidráulico, socavación, estructuras de disipación, control geológico, río Negro, Colombia.

## NEGRO RIVER HYDRAULIC MODEL AT KM 20 + 100, ROUTE PACHO – LA PALMA TO ESTABLISH ALTERNATIVES TO MITIGATE THE UNDERMINING

### ABSTRACT

With the objective to find solutions to mitigate the risk of undermining in the km 20+ 100, route Pacho - La Palma it was a hydraulic model construction that was tested with different flowrate and structures of dissipation of energy. From the results obtained in the model, stipulated levels of water and wet area for each section, which served as the basis for determining the power lines on the shaft layout for each trial. The flow rate used in the tests corresponds to an average - and maximum flow rate, observed by stations IDEAM (Hydrological Institute of Meteorology and Environmental Studies). We compared power lines resulting from the analysis of the trials, establishing conditions for medium and maximum flow, better structure mitigates the effect of undermining produced by the Negro river on the road.

**Key words:** Hydraulic model, undermining, structures of dissipation, geological control; Negro River, Colombia

1 Ingeniero civil de la Universidad de La Salle. Correo electrónico: gabriellcr@gawab.com  
2 Ingeniero civil de la Universidad de La Salle. Correo electrónico: damb@gawab.com  
3 Ingeniero civil de la Universidad de La Salle. Correo electrónico: kristhiankhamilo@hotmail.com  
4 Profesor de la Universidad de La Salle. Correo electrónico: layalar@lasalle.edu.co  
5 Laboratorista de hidráulica de la Universidad de La Salle. Correo electrónico: malutov53@hotmail.com

## INTRODUCCIÓN

A lo largo de la vía Pacho - La Palma, se presentan diversos problemas de erosión asociados al flujo del río Negro. Debido a lo complejo que resulta, en estos casos, la implementación de modelos matemáticos, por la gran cantidad de parámetros que se requieren para poder estimar con precisión una alternativa viable, la realización de modelos hidráulicos resulta ser de gran utilidad.

Diversos estudios realizados, enfocados a solucionar problemas puntuales de erosión, para mitigar el daño producido por el flujo del río Negro sobre la vía, han sido poco efectivos, algunas veces por a la falta de información necesaria para realizar diseños adecuados, a la complejidad del problema o por construcciones ejecutadas incorrectamente.

Teniendo en cuenta estas consideraciones se elaboró un modelo hidráulico simulando las características propias del tramo, identificando las variables geométricas, dinámicas y cinemáticas. Se analizaron tres tipos de estructuras disipadoras de energía: gaviones, bolsacretos y espigos, combinando este último con gaviones y luego con bolsacretos. Posteriormente, con la información obtenida, se realizó la gráfica de energía específica sobre el eje, para cada una de las condiciones establecidas y se determinó cuál alternativa resulta ser la más apropiada para mitigar este fenómeno de socavación, teniendo en cuenta aspectos técnicos y económicos.

## DESCRIPCIÓN

Un río es un sistema dinámico donde se producen cambios y modificaciones a mediano y largo plazo. A lo largo de una corriente de agua se presentan etapas fácilmente diferenciables, que se deben identificar para poder evaluar su conducta erosiva.

La morfología de los ríos es el resultado entre otros de la erosión, sedimentación y transporte de las partículas del suelo del cauce. Se pueden diferenciar tres tipos de trazados, los cuales se explican como un equilibrio instantáneo entre las fuerzas que producen erosión y las que la resisten. Estas formas, en planta, se denominan sinuosas, trezadas y meándricas, las primeras son unicanal y tienden a ser más estables; las trezadas van creando islas, son cauces de gran anchura, altamente inestables (divagantes) y las meándricas se caracterizan por una pendiente suave con transporte de sedimentos finos. Todas estas formas pueden caracterizar una misma corriente en diferentes sectores de ella, así como también pueden estar determinados por cambios de caudal en diferentes épocas del año (Suárez, 2001).

Cuando una corriente se mueve con un patrón de flujo helicoidal y una considerable elevación de la superficie del agua contra la orilla externa o cóncava en cada curva se originan dos componentes de la corriente, la gravedad que actúa en la dirección aguas abajo y la fricción que se opone a este movimiento. La relación resultante de ambas fuerzas determina la capacidad de la corriente para erosionar y transportar sedimentos.

La cuantificación de erosión y su progresión es difícil de prever, pero se deben aplicar conceptos más claros sobre un completo equilibrio del sistema, una herramienta sencilla para entender cualitativamente, aunque con limitaciones, el fenómeno de equilibrio de fondo, es la Balanza de Lane (1955), que propone una relación entre cuatro variables (Vide Martin, 1997).

- Caudal líquido unitario  $q$ .
- Caudal sólido unitario de fondo  $q_s$ .
- La pendiente  $i$ .
- Tamaño del sedimento  $D$ .

La balanza permite estimar el comportamiento de un río, si se varían sus condiciones de equilibrio natural de manera que, una variación en el peso (caudales unitarios líquido o sólido) o una variación en el brazo de palanca, pendiente o tamaño de la partícula, conducirá a un desequilibrio erosivo o de sedimentación.

Ahora bien, las velocidades en una corriente de agua tienen una importancia determinante dentro del fenómeno de erosión y socavación, ya que en un canal estas velocidades no están uniformemente distribuidas. Esto se explica por los efectos que la resistencia cortante del fluido en movimiento tiene en distintos puntos, esta socavación comprende el aumento de la capacidad de arrastre y levantamiento de material del lecho del río, en virtud de su mayor velocidad. Esta velocidad está controlada por las características hidráulicas del cauce, las propiedades de los sedimentos del fondo y la forma, localización o construcción de los elementos que la inducen (Chow, 1994).

## DISIPACIÓN DE ENERGÍA

El agua en su recorrido acumula una gran energía, la cual es aprovechada para la realización de un determinado trabajo útil, otras veces esta energía debe ser atenuada o disminuida para evitar la erosión de sus medios de conducción o descarga final. A esos medios destinados a reducir la energía cinética del agua, se llama disipadores de energía.

De acuerdo con el tipo de disipador se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- Energía de la corriente.
- Economía y mantenimiento.
- Condiciones del cauce aguas abajo (roca, suelo erodable, etc).
- Ubicación de las vías de acceso, casa de máquinas, y demás estructuras hidráulicas.

## MODELACIÓN HIDRÁULICA

Algunos de los problemas causados por fenómenos naturales relacionados con la hidráulica son en ocasiones tan complejos, que la utilización de un modelo matemático no es lo suficientemente precisa como para asegurar que la solución propuesta es la apropiada (Vergara, 1993).

Estos modelos consisten en el ensayo de una réplica del problema a escala reducida. La réplica reducida es lo que se denomina modelo, frente a la realidad que se llama prototipo. Estos modelos son necesarios porque el cálculo es limitado debido a la complejidad de los fenómenos de turbulencia y a la dificultad que imponen los contornos reales y tridimensionales.

Este tipo de modelos debe cumplir con condiciones de similitud geométrica, cinemática y dinámica, los cuales se deben cumplir simultáneamente para aumentar la eficiencia del modelo y la correcta caracterización del prototipo.

La semejanza dinámica completa entre el modelo y el prototipo no es posible, cada fuerza presente en el problema se reduce de una manera diferente (no en la misma proporción) de prototipo a modelo; sin embargo, según lo describe Martín – Vide (1997) el modelo puede ser aun una buena representación del movimiento real si una fuerza es tan dominante sobre las demás, es el caso de la fuerza de gravedad la cual domina los problemas de obras hidráulicas y de ingeniería fluvial. La Ley de Semejanza en este caso, llamada Semejanza de Froude, garantiza que esta fuerza en su proporción con la resultante se reproduce correctamente en el modelo.

Las escalas de Semejanza más útiles que se deducen de la semejanza de Froude son la velocidad y el caudal. Si una fuerza menor (de viscosidad, de tensión superficial) toma en el modelo una importan-

cia como para alterar el movimiento, se habla de un efecto de escala.

Partiendo de la información recopilada para el estudio pertinente la escala es escogida basándose principalmente en estos parámetros:

- Rugosidad: cuando la rugosidad resulta mínima.
- Flujo: cuando este no corresponda al modelo desarrollado (rugoso o turbulento).
- Razones de espacio: cuando el modelo resulte muy grande.
- Equipos de medición: equipos que den la información correcta.

Finalmente, para impedir el fenómeno de socavación se hace necesario implementar estructuras de encauzamiento o de protección, estas obras civiles permiten reducir los fenómenos de divagación; para realizar estas obras se hace necesario concentrar el flujo y estabilizar el cauce.

Estas obras se pueden definir como eventuales o permanentes; eventuales en el caso de dragados y permanentes como obras verticales marginales o longitudinales no agresivas, en las que el criterio de diseño es su esbeltez, el suelo de empotramiento, la cota de control y su costo, en estas se puede clasificar algunas como los enrocados, pastos gramillas, prefabricados, bolsacretos, colcha gavión y flexo adoquines. Existen otras obras permanentes como las estructuras transversales agresivas donde clasifican los espolones o espigos (Suárez, 2001).

**TABLA 1. ESCALA DEL MODELO**

MAGNITUD FÍSICA	ESCALA
Longitud en X	$E_x = 1 : 100$
Longitud en Y	$E_y = 1 : 50$
Distorsión	$\Delta = E_x / E_y$
Área	$E_A = E_x \cdot E_y$
Velocidad en x	$E_{v_x} = E_y^{1/2}$
Caudal	$E_Q = E_x \cdot E_y^{3/2}$

**TABLA 2. TOMA DE DATOS**

		SIN ESTRUCTURAS		GAVIONES		BOLSACRETOS		GAVIÓN-ESPIGO		BOLSACRETO-ESPIGO	
		MODELO	REAL	MODELO	MODELO	MODELO	REAL	MODELO	REAL	MODELO	REAL
A Prom.	Q Med	96,44 cm <sup>2</sup>	0,019 m <sup>2</sup>	83,57 cm <sup>2</sup>	83,57 cm <sup>2</sup>	83,96 cm <sup>2</sup>	0,016 m <sup>2</sup>	83,57 cm <sup>2</sup>	0,017 m <sup>2</sup>	83,5 cm <sup>2</sup>	0,016 m <sup>2</sup>
	Q Max	143,33 cm <sup>2</sup>	0,028 m <sup>2</sup>	124,87 cm <sup>2</sup>	124,87 cm <sup>2</sup>	132,68 cm <sup>2</sup>	0,026 m <sup>2</sup>	124,87 cm <sup>2</sup>	0,025 m <sup>2</sup>	130,08 cm <sup>2</sup>	0,026 m <sup>2</sup>
Vx MEDIA	Q Med	7,09 cm/s	5,01 m/s	7,64 cm/s	7,64 cm/s	7,88 cm/s	5,57 m/s	7,64 cm/s	5,40 m/s	7,49 cm/s	5,30 m/s
	Q Max	13,33 cm/s	9,43 m/s	14,12 cm/s	14,12 cm/s	13,66 cm/s	9,66 m/s	14,12 cm/s	9,98 m/s	13,64 cm/s	9,64 m/s
ENERGÍA	Q Med	5,99 cm	3 m	6,27 cm	6,27 cm	6,45 cm	3,22 m	6,27 cm	3,14 m	6,05 cm	3,03 m
	Q Max	14,83 cm	7,42 m	15,11 cm	15,11 cm	14,81 cm	7,41 m	15,11 cm	7,55 m	14,47 cm	7,23 m

**TABLA 3. PROMEDIO DE CAUDALES**

Q MEDIO	0,56 lps	19,8 m <sup>3</sup> /s
Q MAXIMO	1,60 lps	56,57 m <sup>3</sup> /s

## METODOLOGÍA

Para la construcción del modelo hidráulico, se realizó un reconocimiento visual de la zona y se caracterizó el sitio de estudio realizando el levantamiento topográfico del tramo (Figura 1).

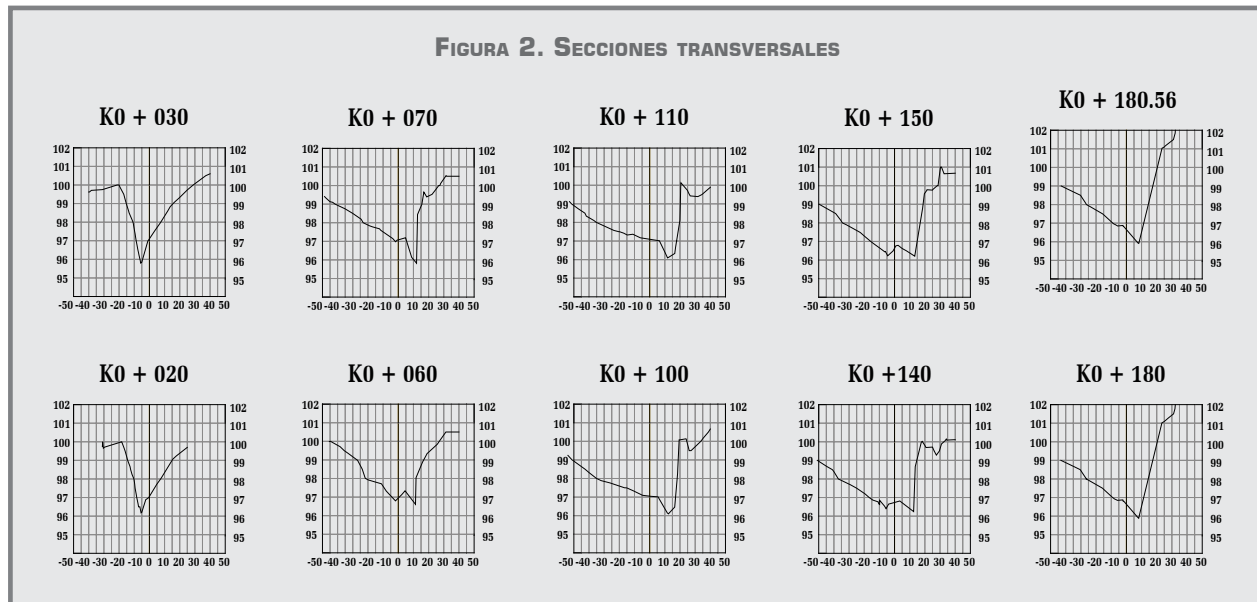
Con la información topográfica, se procedió a realizar una modelación digital del terreno donde se trazó el eje establecido del río Negro y se determinaron secciones cada 10 metros sobre el eje (Figura 2).

Con la superficie digital terminada, se fijaron las escalas adecuadas para la elaboración del modelo hidráulico (Horizontal 1:100 y Vertical 1:50), teniendo en cuenta que las dimensiones establecidas, permitieran la toma de información de niveles de agua y un adecuado espacio de trabajo.

Ya definidas las escalas, se imprimieron curvas de nivel cada 50 cm (1cm en el modelo), las cuales ayudaron a elaborar curvas en icopor que sirvieron de molde para la construcción del modelo definitivo (Figura 3).



FIGURA 2. SECCIONES TRANSVERSALES



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.

**FIGURA 3. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO.  
LÁMINAS DE ICOPOR**



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.

El molde en icopor cubierto con plástico, fue colocado sobre una superficie de madera a una altura de 0.7 m sobre el nivel de piso del laboratorio para posteriormente ser cubierto con arcilla (Figura 4) y así dar la apariencia de terreno real en el modelo hidráulico; luego se impermeabilizó el modelo con pintura acrílica y resina. Se conectaron dos bombas de 1.0 y 1.5 lps, para cumplir con los caudales medios y máximos, requeridos en los ensayos. Además del modelo hidráulico, se acoplaron dos cámaras encargadas de contener el agua antes y después de ser circulada por el modelo hidráulico, conectadas entre ellas con mangueras plásticas de 1.5 pulgadas (una para cada bomba, Figura 5).

**FIGURA 4. ACABADO DE SUPERFICIE**



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.

**FIGURA 5. MODELO CON FLUJO**



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.

Con la escala definida se construyeron las estructuras de disipación, teniendo en cuenta aspectos técnicos propios de cada estructura, los cuales fueron ubicados a la orilla de la vía (gaviones y bolsacretos) y a la salida de la curva donde hay un aumento considerable de área (espigos). Con las estructuras dimensionadas, se procedió a realizar la calibración de las válvulas de las bombas, hasta alcanzar los caudales deseados y poder realizar los ensayos con los caudales propuestos (1.6lps que simula un caudal máximo real de  $56.57\text{m}^3/\text{s}$  y 0.56lps para simular un caudal medio real de  $19.8\text{m}^3/\text{s}$ ).

**FIGURA 6. GAVIONES**



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.



**FIGURA 7. BOLSACRETOS**



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.

**FIGURA 8. ESPIGOS**



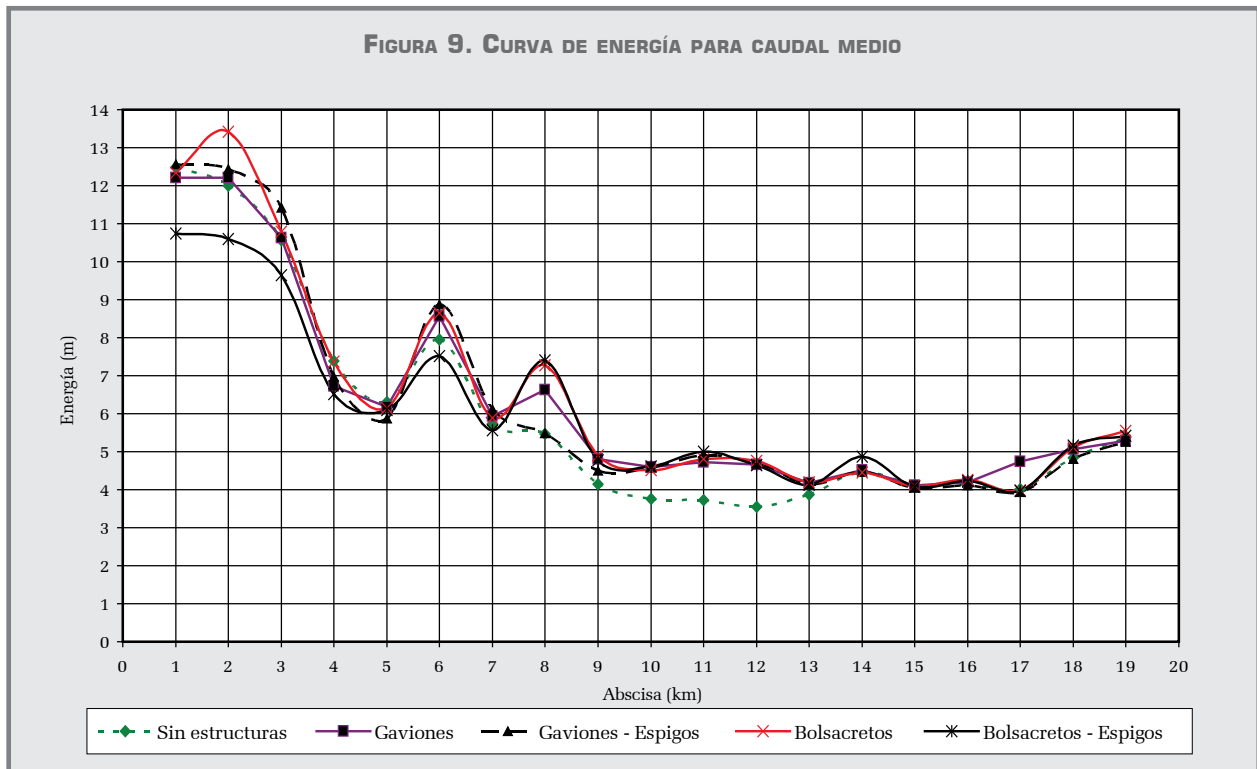
Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.

Finalizando la etapa de calibración, se realizaron los ensayos a caudal máximo y medio sin estructuras, seguido de ensayos con gaviones, gavión-espigo, bolsacretos-espigos y bolsacretos respectivamente, tomando información de caudales por el método volumétrico y niveles de agua sobre el eje con ayuda de un calibrador, para cada sección. Esta información obtenida se utilizó para determinar el área mojada, determinar la línea de energía para cada condición.

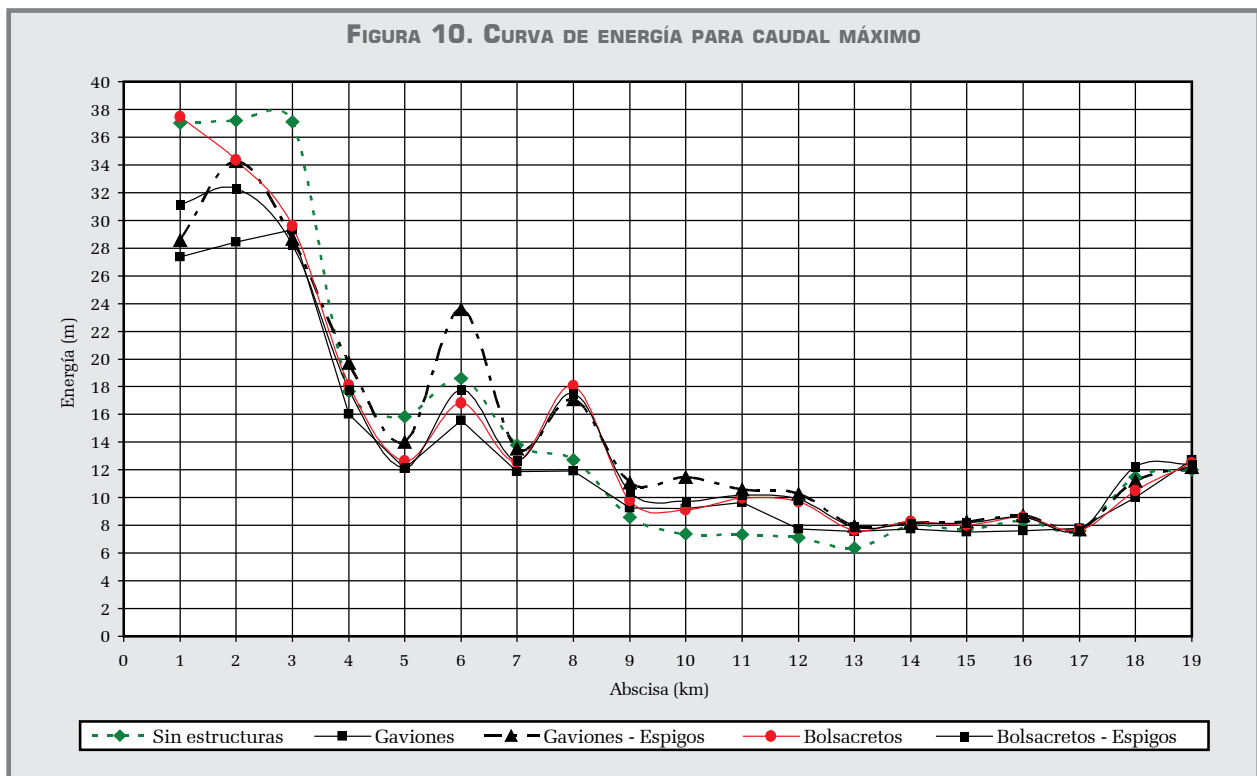
## **ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Después de realizar los diferentes ensayos y apoyándose en las observaciones de la dirección del flujo a lo largo del cause activo del río Negro modelado, se determinó que debido a las condiciones topográficas y geomorfológicas del sector, el río Negro tiende a mantener la forma senoidal que termina aproximadamente a unos 50 m de la orilla de la vía, por lo que el flujo golpea con bastante energía sobre ésta, socavándola y desestabilizando las estructuras emplazadas para protegerla (figuras 9 a 15).

Se probaron cinco sistemas para contrarrestar la socavación y se graficó una línea de energía (figuras 9 y 10) a caudal medio y a caudal máximo para cada una de las condiciones, una vez obtenidos estos resultados se confrontaron y se determinó lo siguiente:



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.



Fuente: Álvarez *et al.*, 2007.



## COMPORTAMIENTO DEL FLUJO SIN ESTRUCTURAS

Se observa un trazo definido del flujo, en dirección de la vía. La conformación geométrica en esta zona, lleva el flujo por una sección de área mucho menor a la encontrada después de finalizar el control geológico. Sin embargo, aunque la sección se incrementa, la corta distancia, desde el final del control geológico, hasta la orilla de la vía, no permite la disipación de energía del flujo, golpeando con gran intensidad la banca que sin mayor protección ante la llegada de una avenida, no colocará mayor resistencia, lo que generaría desprendimiento del material de orilla (Figura 1).

## COMPORTAMIENTO DEL FLUJO CON GAVIONES

Al colocar los gaviones se redujo el área de sección para el paso de flujo, lo que repercutió en un incremento de la velocidad media, la ubicación de la línea de flujo principal se desplazó hacia la izquierda, más próxima al eje trazado del río, incrementándose así, la línea de energía sobre este. La línea principal de flujo no parece golpear directamente la estructura de gaviones y el cambio de dirección del flujo es más suave; por otra parte, a caudal máximo, la línea de flujo principal golpea la estructura a la altura del Km. 0+080, haciendo un cambio de dirección brusco lo que identifica este punto como crítico, donde podría fallar la estructura (Figura 6).

## COMPORTAMIENTO DEL FLUJO CON GAVIONES Y ESPIGOS COMBINADOS

Con la colocación de espigos a la salida de la curva y del control geológico, se reduce el área de salida del flujo, la velocidad se incrementa y debido a la dirección de los espigos, la línea de flujo principal, cambia alejándose de la orilla de la vía donde toma

una dirección paralela a la vía, realizando un cambio de dirección mucho más suave si se compara con el comportamiento de gaviones sin espigos. Sin embargo, el incremento de velocidad, podría generar socavación en la punta del espigo (Figura 7).

## COMPORTAMIENTO DEL FLUJO CON BOLSACRETOS

Se colocaron los bolsacretos disminuyendo la sección de flujo, lo que incrementó la velocidad del mismo, aun por encima de las velocidades alcanzadas con los gaviones ubicados en el mismo tramo.

El trazo del flujo principal y las líneas de flujo secundarias, son similares a las observadas con gaviones, para ambas condiciones de caudal (medio y máximo); sin embargo, siendo las velocidades, con la geometría del muro en bolsacretos, mayores que con gaviones (Figura 9).

## COMPORTAMIENTO DEL FLUJO CON BOLSACRETOS Y ESPIGOS

En los ensayos con bolsacretos y espigos, se mantuvo la ubicación y dirección de los espigos con respecto al eje del río, que con los gaviones; por lo tanto, el comportamiento fue similar: reducción del área de flujo del río, e incremento de la velocidad media.

La línea de flujo principal mantuvo la misma tendencia que con los ensayos gavión – espigo. Sin embargo, hay una diferencia en las velocidades medias, para las pruebas con gavión – espigo, a caudal medio, las velocidades de flujo son ligeramente menores en comparación con el bolsacreto – espigo; por otra parte, con caudal máximo, donde para la misma combinación, las velocidades medias de flujo, son ligeramente menores, pero esta vez para las estructuras bolsacreto – espigo (Figura 10).

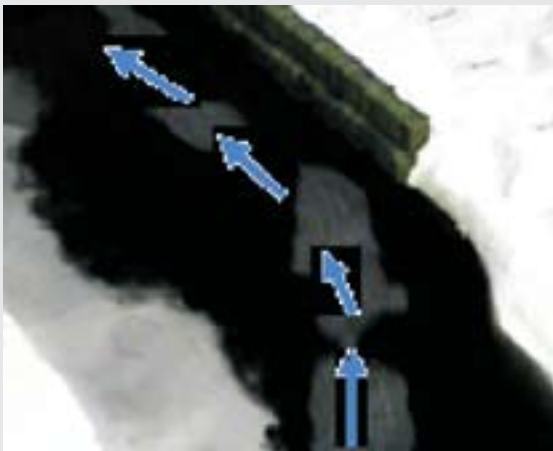
**FIGURA 11. FLUJO SIN ESTRUCTURAS**



**FIGURA 14. FLUJO BOLSACRETOS**



**FIGURA 12. FLUJO CON GAVIONES**



**FIGURA 15. FLUJO BOLSACRETOS-ESPIGOS**



**FIGURA 13. FLUJO GAVIONES-ESPIGOS**



## CONCLUSIONES

Al comparar los resultados obtenidos, para las diferentes estructuras, se observó que la combinación de muro en gavión y espigos, resulta ser la más conveniente, para condiciones normales de flujo (Caudal Medio), manteniendo la línea de flujo principal, lo suficientemente alejada de la orilla colindante a la vía municipal Pacho – La Palma en el sector estudiado, incrementando la energía de flujo sobre el eje, labrando por este, una línea de corriente máxima definido, que mantendría relativamente constante la sección transversal en el sector la gráfica de energía

corresponde a puntos sobre el eje del río Negro y no sobre la orilla de la vía).

Para condiciones de flujo a caudal máximo, la estructura que mejores resultados presentó, fue el muro en bolsacreto y espigos, manteniendo la línea principal de flujo alejada de la orilla colindante a la vía, sin embargo, los valores de velocidad a caudal máximo, con cualquier estructura, son demasiado altos, lo que implicaría estructuras mucho más robustas y cimentadas a mayor profundidad para mantenerse estables, ante la ocurrencia de la avenida máxima probable.

Si se decide implementar un sistema combinado con espigos, ya sea para gaviones o bolsacretos, se debe prestar especial atención al espigo ubicado a la salida de la curva del río, pues es el que recibe el mayor impacto de energía, al reducir la sección de área de flujo.

Comparando los resultados de los ensayos de flujo, a caudal medio y máximo, la estructura que por su comportamiento y construcción, resulta más económica, fue el muro en gavión, ya sea con espigos para manejo de flujo o no, debido a que los resultados obtenidos, muestran un mejor comportamiento del muro en gavión, en todos los ensayos (excepto en la prueba de gaviones y espigos a caudal máximo),

alejando la línea de flujo principal de la orilla del río Negro colindante a la vía municipal. Además, la región proporciona material adecuado para la construcción de gaviones de buena calidad, lo que reduce los costos de construcción. Por otro lado, es dispendiosa la tarea de llenado de bolsacretos, proceso que es más eficiente, al construir gaviones.

## RECOMENDACIONES

Debido a marcada tendencia del río Negro, de mantener un trazado senoidal, el cual corta la vía municipal Pacho – La Palma en este tramo, por la presencia del control geológico, que proyecta el flujo hacia ésta, lo mejor sería considerar la posibilidad de cambiar el trazado de la vía, alejándolo de la zona de divagación del río, sobre el terreno colindante a este y comparar a largo plazo, que resultaría más económico.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a los comentarios realizados por el profesor Andrés José Alfaro Castillo quien revisó el texto original, igualmente a la Universidad de La Salle, su Facultad de Ingeniería Civil en especial al área de Hidráulica y sus laboratorios.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alvarez C.C., G. A. Caicedo y D. A. Moreno. "Análisis de flujo de Río Negro en el Km 20 + 100, via Pacho La Palma para establecer alternativas que mitiguen la socavación mediante la elaboración de un modelo hidráulico". Bogotá. Universidad de La Salle. Facultad de Ingeniería Civil, 2007.
- Bustos, J. G. *Plan básico de ordenamiento territorial para el municipio de Pacho. Documento resumen*. Pacho (Cundinamarca): Alcaldía Municipal, 2000.
- Chow, V.T. *Hidráulica de canales abiertos*. Bogotá: McGraw Hill Interamericana, 1994.
- Suárez, J. *Control de erosión en zonas tropicales*. Bucaramanga-Colombia: Universidad Industrial de Santander, 2001.
- Horange Williams, King. *Manual de Hidráulica*. México: Editorial Hispano América, 1997.
- Martin - Vide, *Ingeniería Fluvial*. Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 1997.
- Samper, U. *Diagnóstico ambiental cuenca Río Negro*. Bogotá. Octubre 1989.
- Torres Herrera. *Obras Hidráulicas*. México: Editorial Limusa, 1983.
- . *Documento técnico*. Pacho (Cundinamarca): Alcaldía Municipal, 2000.
- Vergara, A. *Técnicas de modelación en hidráulica*. México: Alfaomega, 1993.