

Ángulo de fricción crítico y ángulo de reposo de la arena del Guamo

Diana Paola Solaque Guzmán* / Arcesio Lizcano Peláez**

Fecha de envío: 4 de febrero de 2008.
Fecha de aceptación: 7 de abril de 2008.

RESUMEN

Uno de los parámetros del suelo empleado en diferentes análisis, entre ellos en modelos constitutivos, es el ángulo de fricción crítico (ϕ_c). Para materiales granulares una forma simplificada de determinar ϕ_c es por medio del ángulo de reposo ($\phi_c = \phi_{rep}$). Esta simplificación se hace por lo dispendioso y complejo de los ensayos necesarios para determinar ϕ_c comparado con los métodos para obtener ϕ_{rep} . En este trabajo se determina ϕ_{rep} de la arena del Guamo y se analiza la influencia de algunos factores como la cantidad de material; tamaño, distribución y forma de las partículas; diámetro y velocidad de desplazamiento del embudo y saturación del material en el valor de ϕ_{rep} . El ángulo de fricción crítico de este mismo material se determinó por medio de un ensayo triaxial CU y se comparó con ϕ_{rep} .

Palabras clave: ángulo de fricción crítico, ángulo de reposo, Guamo, triaxial.

CRITICAL FRICTION ANGLE AND ANGLE OF REPOSE THE GUAMO SAND

ABSTRACT

The critical friction angle (ϕ_c) is a soil parameter used in different geotechnical analysis, specially in constitutive models. For granular materials a simplified way to obtain ϕ_c is by using the angle of repose ϕ_{rep} . This simplification is accepted because the usual methods to determine ϕ_c are far more complicated than those required to find ϕ_{rep} . In this research the angle of repose for the Guamo sand is determined, and the influence of many factors on its estimation is assessed such as mass, size and sieve distribution of the particles, diameter and lifting velocity of the funnel and saturation of the sand among others. The value of ϕ_c for the Guamo sand was determined with a CU triaxial test and then compared to ϕ_{rep} .

Key words: critical friction angle, angle of repose, Guamo, triaxial.

* Grupo de Investigación en Geotecnia, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes. Correo electrónico: d-solaqu@uniandes.edu.co

** Profesor Asociado, Facultad de Ingeniería, Universidad de los Andes. Correo electrónico: alizcano@uniandes.edu.co

INTRODUCCIÓN

El ángulo de fricción crítico ϕ_c es un parámetro del suelo porque es un valor que una vez alcanzado no varía durante el proceso de deformación o de carga. El ϕ_c es una relación de los esfuerzos principales en el estado crítico y es importante para los modelos constitutivos, ya que define el estado crítico o último propio de cada material.

El estado crítico o último de un material está definido como la fase en la cual el material continúa deformándose indefinidamente sin presentarse cambios en el esfuerzo efectivo aplicado y en el volumen.

Tradicionalmente se considera el ángulo de fricción crítico igual que el ángulo de reposo ($\phi_c = \phi_{rep}$). El ϕ_c se obtiene de ensayos triaxiales monotónicos o de ensayos de corte simple. El ϕ_{rep} se obtiene a partir de diferentes métodos; uno de los métodos aplicables a materiales granulares es la construcción de una pila por medio de un embudo. ϕ_c es remplazado por ϕ_{rep} dado lo dispendioso y complejo de los ensayos necesarios para determinar ϕ_c comparados con los métodos para obtener ϕ_{rep} y la similitud de los resultados obtenidos (Herle y Gudehus, 1999). Esta simplificación se hace debido a que uno de los objetivos de los modelos constitutivos es obtener los parámetros del suelo de la forma más sencilla posible. Sin embargo, investigaciones previas demuestran que factores como rugosidad de la base, tamaño de la pila, tamaño y distribución de las partículas, densidad de la pila, efectos dinámicos, entre otros, influyen significativamente en el valor de ϕ_{rep} .

ÁNGULO DE REPOSO

El ϕ_{rep} es una propiedad única del material y existen diferentes métodos para determinarlo como se observa en la Figura 1 y se describe a continuación.

(a) El ϕ_{rep} se determina por medio de una pila construida dejando fluir el material por medio de un embudo. Existen tres formas de medir ϕ_{rep} por este método:

1. mantener el embudo a una altura constante;
2. construir la pila levantando lentamente el embudo desde la base horizontal;
3. Herle & Gudehus (1999) recomiendan hacer una pequeña excavación en la pata del talud de la pila, con el fin de borrar alguna influencia generada durante el proceso de construcción.

(b) Una caja rectangular completamente llena del material se levanta lentamente desde una de las esquinas hasta que el material empieza a deslizarse. El ángulo que forma la superficie de la caja con la horizontal es ϕ_{rep} (Train, 1958).

Un cilindro se llena con el material aproximadamente hasta la mitad. Luego se rota horizontalmente hasta que el material dentro del cilindro alcance una forma plana. El ángulo que forma este plano con la horizontal es el ángulo de reposo (Train, 1958).

(d) Un cilindro abierto en ambos extremos se llena completamente de material. El cilindro se levanta lentamente y el ángulo que forma el talud con la horizontal es ϕ_{rep} (Pilpel, 1966).

(e) Este método consiste en remover un tapón de una superficie sobre la cual hay almacenado material. El ángulo del talud formado por las partículas que no fluyeron (depositadas por encima de la superficie) es el ángulo de reposo (Kalman, Goder, Rivkin, & Ben-Dor, 1993).

(f) En este método se vierte la arena en un contenedor lleno de agua formando una pila, luego se drena el contenedor y se mide el ángulo de la pila (Atkinson, 1993).

(g) Por medio de una Celda Helle Shaw se determina el ángulo de reposo en 2 dimensiones. El espesor de la celda debe ser > 20 veces el tamaño máximo de la partícula, para que la movilidad local del grano sea esencialmente tridimensional (Grasselli, Herrmann, Oron, & Stefano, 1999).

(h) Este método es planteado por Santamarina y Cho (2001) y consiste en verter el suelo en un cilindro graduado (1000 mL) lleno de agua (un contenedor rectangular transparente es preferible). Se inclina el cilindro a más de 60° y se devuelve lentamente a la posición vertical. ϕ_{rep} se mide en la mitad del talud. La medida del ángulo de fricción bajo agua es recomendada por el efecto de las fuerzas de capilaridad entre partículas.

Adicional a estos métodos, la Sociedad americana para ensayos y materiales (ASTM) tiene dos normas para determinar el ángulo de reposo:

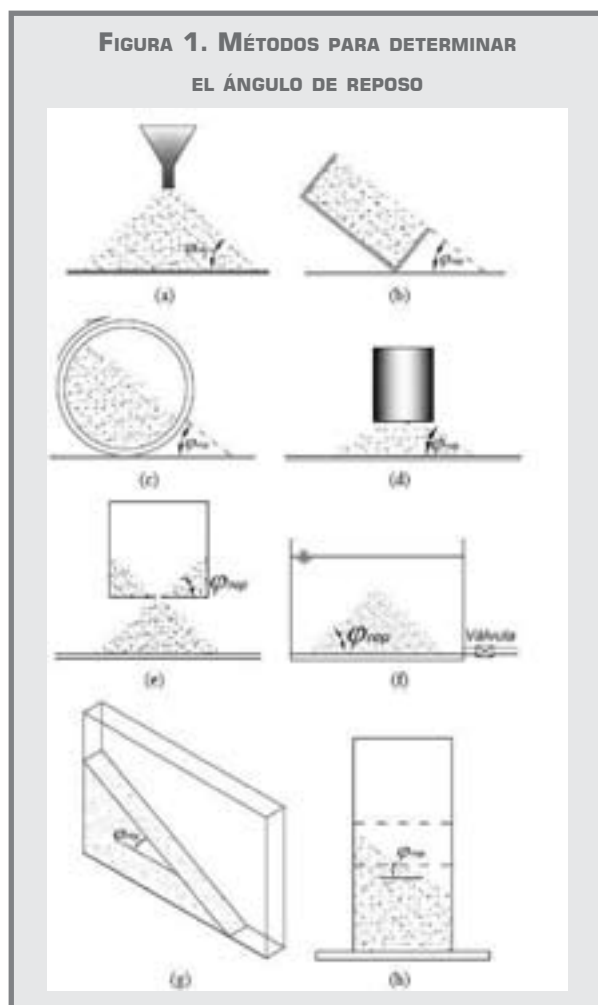
- 6393-99: establece los procedimientos y aparatos para medir algunas propiedades del suelo. Estas propiedades las llama índices de Carr y el ángulo Carr de reposo es uno de estos índices. La pila sobre la cual se determina ϕ_{rep} se construye sobre la plataforma circular ubicada centrada debajo del embudo; la tasa de vertimiento debe ser tal que tome de 15 a 30 seg formar la pila cónica.
- (e) Un cilindro se llena con el material aproximadamente hasta la mitad. Luego se rota horizontalmente hasta que el material dentro del cilindro alcance una forma plana. El ángulo que forma este plano con la
 - C1444-00: método para determinar el ángulo de reposo de polvos que fluyen libremente. Este método de ensayo se retiró de la normatividad sin sustitución en diciembre de 2005, debido a la limitación de su uso por la industria.

Tres mecanismos fundamentales gobiernan el comportamiento en el proceso de formación de las pilas (Kalman, Goder, Rivkin, & Ben-Dor, 1993):

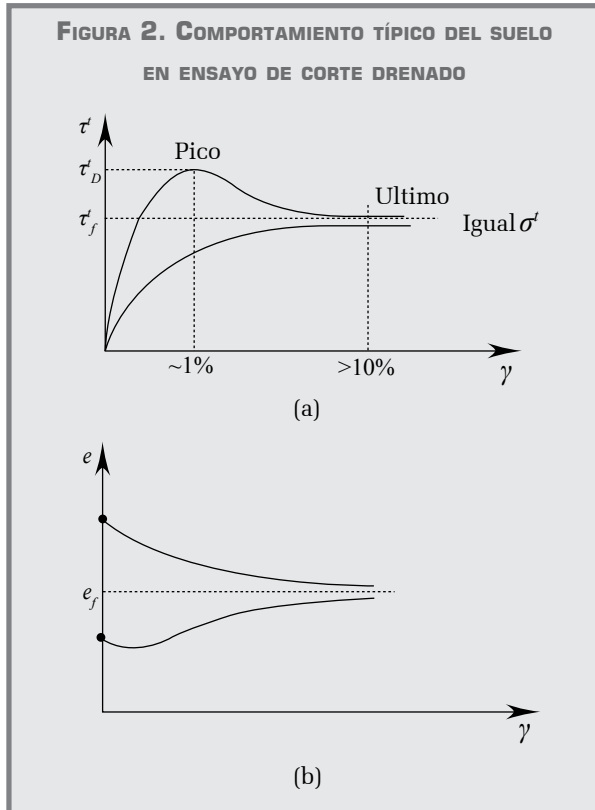
- las partículas ruedan en la superficie de la pila,
- las partículas se deslizan en la base de la pila, y
- las partículas ruedan al interior de la pila para llenar los vacíos.

ESTADO CRÍTICO

El ensayo más común para determinar el comportamiento del suelo en el estado crítico, es el ensayo triaxial. El suelo alcanza este estado a una deformación mayor al 10% donde el movimiento de los granos es básicamente rotacional (Atkinson, 1993).



La característica esencial del estado crítico es que durante el corte todos los suelos alcanzan un estado único que es independiente del estado inicial. Es decir, un mismo tipo de suelo con diferente estado inicial (denso o sobreconsolidado y suelto o normalmente consolidado) alcanza en el estado crítico el mismo esfuerzo cortante o desviador y llega a la misma relación de vacíos (Atkinson, 1993) (Figura 2).



Fuente: Atkinson, 1993.

Los parámetros del suelo en intrínsecos de las partículas, dependen sólo de la naturaleza del suelo (mineralogía, forma, textura, etc.) y el ϕ_c , es uno de estos parámetros.

El concepto fundamental en el estado crítico es que una única superficie de falla existe en el espacio $q' - p - v$ ($v = 1 + e$). Esta superficie define la falla de un suelo independientemente de la historia de carga o la trayectoria de esfuerzos seguida. La CSL se grafica en un plano tridimensional $q - p - v$, pero se usan las

proyecciones en el espacio $q - p$ y $v - p$ por simplicidad. En el espacio $q - p$ la CSL es una línea recta de pendiente M , a partir de la cual se puede determinar el ángulo de fricción crítico (Ecuación 1).

$$\text{sen}\phi_c = 3M/(6+M) \quad (1)$$

Mooney *et al.*, (1998) en su investigación indican que la relación entre q y p' en el estado crítico es única. Sin embargo, no es única la relación de vacíos en el estado crítico.

ENSAYOS DE LABORATORIO

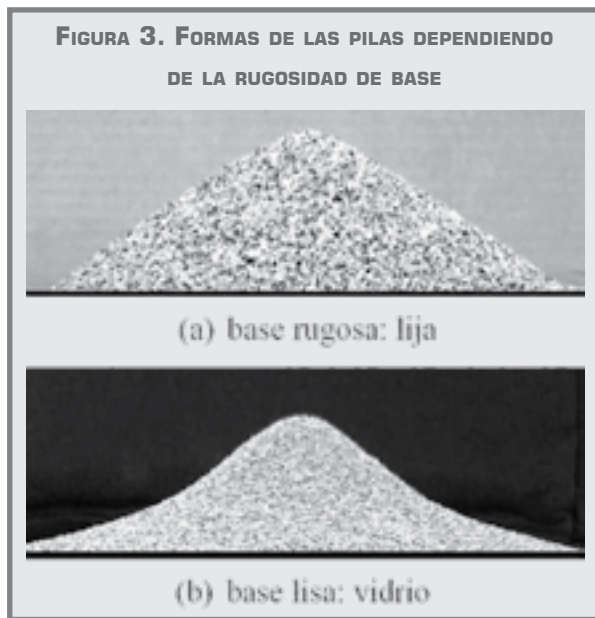
ÁNGULO DE REPOSO

La rugosidad de la superficie sobre la cual se realiza el ensayo es un factor que influye en el ángulo de reposo. Esto ya ha sido estudiado por algunos autores (Kalman, Goder, Rivkin, & Ben-Dor, 1993 y Chik & Vallejo, 2005) entre otros. La primera referencia concluye: “el ángulo de reposo varía aproximadamente 5° dependiendo del coeficiente de fricción de la base” y la segunda: “la rugosidad de la base afecta más el ángulo de reposo para partículas gruesas. Cuando el porcentaje de finos es mayor o igual al 70% de la masa de la mezcla (predomina fracción fina), la rugosidad de la base no influye”. Con base en éstos resultados se descartó esta variable (rugosidad de la base), para analizar la influencia de otros factores.

En este trabajo se realizaron los ensayos sobre una superficie de vidrio. Esto para no generar ningún tipo de fuerza debida a la fricción entre el material granular y la base durante el proceso de formación de la pila.

En este trabajo no se realizó el análisis de la rugosidad de la base, pero se construyeron pilas (método: embudo) con arena del Guamo sobre 2 tipos de superficies: una superficie rugosa (papel lija No 180) y una superficie lisa (vidrio). De esto se encontró que

la forma de los taludes de las pilas son diferentes. Para la superficie rugosa se obtiene una pila convexa como lo describe Dodds (2003) (Figura 3a). Para la superficie de vidrio la forma de la pila es como la describen Grasselli & Herrmann (1997) “el talud está compuesto por una parte redondeada en la parte superior de la pila, una parte lineal en el centro donde generalmente se determina el ángulo de reposo y una parte curva en la base del talud (descrita por una función logarítmica) (Figura 3b).



Fuente: Solaque, 2008.

Durante el proceso de construcción de estas pilas (base: vidrio y papel lija) se observó que cuando la superficie es rugosa (lija) los granos ruedan por la superficie del talud. Pero cuando se construye sobre la superficie lisa (vidrio) se presentan dos fenómenos, primero las partículas empiezan a rodar sobre la superficie del talud y, posteriormente, (posiblemente debido al peso y a la baja o nula rugosidad del vidrio) las partículas que están en la base de la pila se deslizan sobre el vidrio. Posiblemente, debido a estos dos fenómenos se debe la diferencia de la forma de las pilas construidas sobre bases con diferente rugosidad.

El material empleado en estos ensayos fue arena del Guamo lavada sobre tamiz #200 (sin material fino). Los ensayos se realizaron a temperatura y humedad controlada.



MÉTODOS SELECCIONADOS PARA DETERMINAR EL ÁNGULO DE REPOSO

A continuación se describe el procedimiento seguido en cada uno de los métodos seleccionados en este trabajo para determinar el ángulo de reposo de la arena del Guamo.

MÉTODO EMBUDO

El embudo se apoya sobre una superficie plana y luego el material granular completamente seco se vierte dentro del embudo. Se debe garantizar que el diámetro de salida del embudo sea mayor o igual a cinco veces el diámetro de la partícula ($D_{\text{embudo}} > 5 d_{\text{partícula}}$) (Gundogdu, 2006). El embudo se levanta lentamente para ir construyendo la pila por pluviación del material, pero siempre debe estar en contacto con la parte superior (cima) de la pila (Figura 4). Esto con el fin de evitar que el impacto de las partículas afecte la estructura interna de la pila y el material quede en el estado más suelto posible. Se debe garantizar durante el ensayo que el embudo esté completamente vertical y el material caiga en el mismo punto.

Este método se realiza de dos formas: 1. se construye la pila levantando lentamente el embudo, se toma una foto y, posteriormente, se mide el ángulo de reposo en la zona lineal del talud (parte media del talud). 2. una vez construida la pila (de la forma anterior) se hace una pequeña excavación en la pata del talud como lo recomiendan Herle y Gudehus (1999). Esta excavación hace que el ángulo de los taludes de la pila disminuyan.

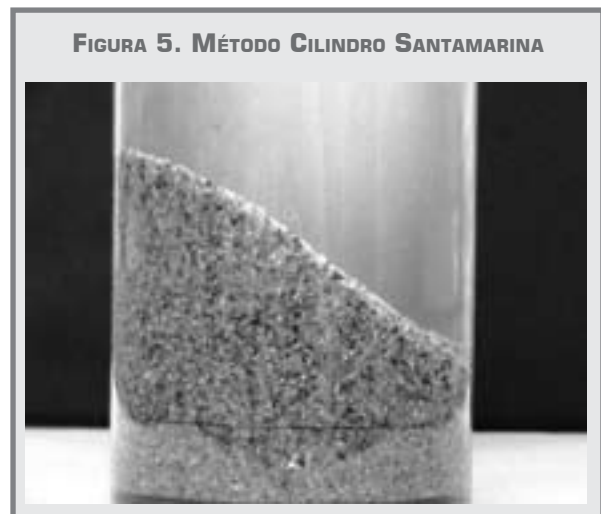
Para este método se emplearon tres embudos de plástico de diferentes tamaños:

- . *Embudo pequeño*: diámetro interno del orificio de salida 11.4 cm y ángulo de inclinación de las paredes 60°.
- . *Embudo mediano*: diámetro interno de salida 14.7 cm y ángulo de inclinación de las paredes 60°.
- . *Embudo grande*: diámetro interno de salida 19 cm y ángulo de inclinación de las paredes 60°.

MÉTODO CILINDRO “SANTAMARINA”

Para determinar el ángulo de reposo por este método, se empleó un cilindro de vidrio de 9.17 cm de diámetro.

Dentro del cilindro se deposita el material y luego se inclina a un ángulo mayor de 60° (en este trabajo el cilindro se inclinó SO' aproximadamente). Luego se devuelve lentamente evitando golpes, para que el material se deposite lo más suelto posible. El ángulo de reposo ϕ_{rep} se mide con un transportador en la parte media del talud, debido a las curvaturas que se presentan en la parte superior e inferior de la sección (Figura 5). El resultado de ϕ_{rep} debe ser el promedio de 5 mediciones (Santamarina & Cho, 2001).



MÉTODO CILINDRO “TRAIN”

Se deposita el material dentro del cilindro (9.17 cm de diámetro), se tapa y luego se rota horizontalmente sobre una superficie plana. Cuando el cilindro está rotando lentamente se observa que el material toma primero un ángulo de reposo, luego se presenta una avalancha o “falla” en el talud y este ángulo decrece. Es decir, al rotar lentamente el cilindro el talud que se forma al inicio no cambia dentro del cilindro, pero con respecto a la horizontal este ángulo se va incrementando. Luego, si se sigue rotando el cilindro llega un punto en el que el talud formado dentro del cilindro falla y se forma un nuevo talud con un ángulo menor.

En este trabajo se tomó el primer ángulo que se forma tan pronto se gira el cilindro (Figura 6). No se tomó el mayor ángulo como recomienda Train (1958), porque es difícil saber el momento justo antes de presentarse la avalancha o “falla”; por lo tanto, no hay certeza en qué el ángulo que se mide sea el mayor. El ángulo de reposo por este método se midió directamente con un transportador y fue el promedio de 5 mediciones.

MÉTODO CILINDRO ABIERTO

En este trabajo se realizó este ensayo con un cilindro metálico (diámetro = 10.15 cm y altura = 11.59 cm) abierto en los dos extremos. La metodología empleada fue:

El material se deposita dentro del cilindro hasta llenarlo completamente. El llenado debe ser lento y sin vibración o compactación para que el material quede lo más suelto posible. Luego se levanta lentamente el cilindro y la pila se va formando a medida que el material va saliendo (Figura 7). El ángulo de reposo se determina midiendo el ángulo de inclinación en la parte media del talud. Al igual que en los otros métodos, ϕ_{rep} debe ser el promedio de cinco mediciones. El ϕ_{rep} determinado por este método fue de 34°.

INFLUENCIA DEL MÉTODO DE ENSAYO Y LA CANTIDAD DE MATERIAL (MASA) EN EL ÁNGULO DE REPOSO

Para responder esta pregunta se determinó el ángulo de reposo por los diferentes métodos variando la masa desde 250 gr hasta 2000 gr. El material empleado en todos los ensayos fue arena del Guamo de tamaño variable entre 1.18 mm y 0.60 mm (pasa tamiz #16, retiene tamiz #30), material completamente seco. En la Figura 8 se resumen los resultados obtenidos en cada método.

El ángulo de reposo por el método del embudo fue medido sobre la misma pila de tres formas diferentes:

1. Midiendo diámetro (D) y altura (H) de la pila y suponiendo la forma de ésta perfectamente cónica:

$$\phi_c = \tan^{-1} (2H/D)$$
2. Tomando fotos (desde diferentes ángulos) de la pila construida se mide el ángulo de reposo en la parte media del talud (parte lineal).

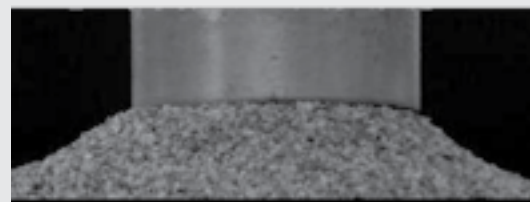
FIGURA 6. MÉTODO: CILINDRO "TRAIN"



FIGURA 7. MÉTODO: CILINDRO ABIERTO

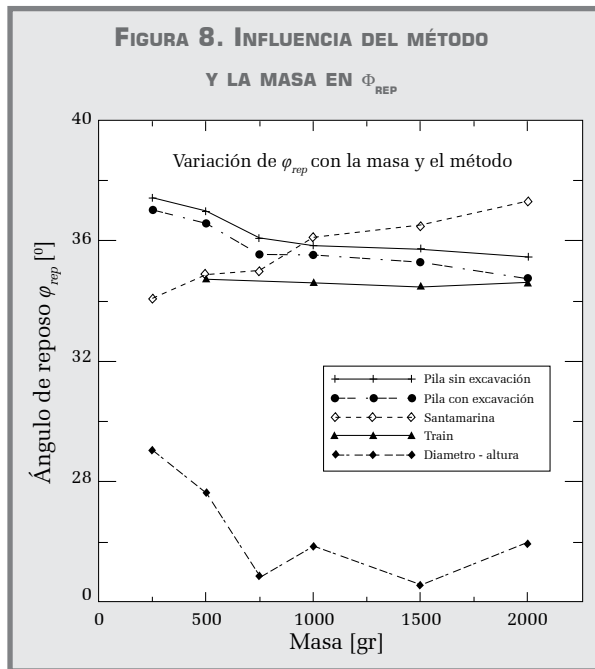


(a)



(b)

3. Igual que el numeral anterior pero a la pila se le realiza una pequeña excavación en la pata del talud, siguiendo la recomendación de Herle y Gu-dehus (1999).



Fuente: Solaque, 2008.

Los ensayos por el método del cilindro “Santamarina” se realizaron con el material granular seco y el cilindro de vidrio con el fin de tener las mismas condiciones en todos los ensayos realizados.

El ángulo de reposo calculado midiendo diámetro y altura de la pila es una aproximación, porque en este cálculo no se tiene en cuenta la forma aplanada de la parte superior de la pila, ni la forma de la pata del talud - forma logarítmica (Graselli, Herrmann, Oron, & Stefano, 1999).

Los resultados obtenidos por este método son los que presentan mayor diferencia entre ellos y con respecto a los otros métodos.

De los resultados obtenidos por medio de la pila (método embudo), medido de las tres formas, se puede concluir que a mayor masa, menor ángulo de reposo. La excavación que recomiendan Herle y Gudehus (1999) en la pata del talud de la pila, hace que el ángulo de reposo disminuya menos de 1° con respecto al talud inicial.

El método de Santamarina es el único método en el que la tendencia de ϕ_{rep} es creciente, a mayor masa, mayor ángulo de reposo. Para este método debería existir una relación entre la cantidad de material, tamaño de las partículas y diámetro del cilindro.

En el método que menos influencia tiene la masa en el ángulo de reposo es en el cilindro “Train” (0.25 grados) y en el método que más influye es midiendo altura y diámetro de la pila (4.5°). Claro está que, como se dijo anteriormente, este último método es una aproximación de ϕ_{rep} .

Por el método del embudo (pila sin excavación) ϕ_{rep} decrece 1.9° y por el método cilindro “Santamarina” ϕ_{rep} aumenta 3.2° al variar la masa desde 205 gr hasta 2000 gr.

INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD DEL DESPLAZAMIENTO DEL EMBUDO EN EL ÁNGULO DE REPOSO

TABLA 1. INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD CON QUE SE LEVANTA EL EMBUDO EN ϕ_{rep}

Método	Velocidad	ϕ_{rep} promedio [°]	
		Sin excavación	Con excavación
Embudo (grande)	50 gr/s	35.8	35.5
	16.7 gr/s	37.9	37.6

INFLUENCIA DEL DIÁMETRO DE SALIDA DEL EMBUDO EN EL ÁNGULO DE REPOSO

El análisis de esta variable se realizó empleando 3 embudos de tamaños diferentes (diámetro de salida: 11.4, 14.7 y 19 cm) y una masa de 1000 gr (Material pasa tamiz #16, retiene tamiz #30). Se seleccionó esta cantidad de material porque en los resultados obtenidos variando la masa se observó que después de 1000 gr la variación de ϕ_{rep} es pequeña (por el método del embudo aproximadamente 0.5°).

En la construcción de las pilas el embudo se levantó lento y se mantuvo siempre en contacto con la parte superior de la pila para evitar el impacto de las partículas.

En la Tabla 2 se presentan los resultados de este análisis. De estos resultados se puede concluir que la influencia del diámetro de salida del embudo en ϕ_{rep} es mínima. La variación observada en este análisis fue de 0.5°, siendo mayor el ángulo de reposo determinado con el embudo de menor diámetro.

TABLA 2. INFLUENCIA DEL DIÁMETRO DE SALIDA DEL EMBUDO EN ϕ_{rep}

Embudo	Masa [gr]	ϕ_{rep} promedio [°]
Grande	1000	35.8
Mediano	1000	36
Pequeño	1000	36.3

Para analizar esta variable se construyeron pilas con 1000 gramos de arena del Guamo (material completamente seco, pasa tamiz #16, retiene tamiz #30) levantando el embudo a diferentes velocidades (embudo grande). El embudo siempre debe estar en contacto con la parte superior de la pila para evitar que el impacto de las partículas influya en la estructura interna de la pila y el material quede lo más suelto posible.

Los ensayos se realizaron a dos velocidades diferentes:

1. Formando la pila con 1000 gr de material en 20 segundos (50 gr/s).
2. Formando la pila con 1000 gr de material en 60 segundos (16.7 gr/s).

INFLUENCIA DEL TAMAÑO Y DISTRIBUCIÓN DE LAS PARTÍCULAS EN EL ÁNGULO DE REPOSO

El análisis de esta variable se realizó construyendo una pila (embudo grande) con 1000 gr de material granular. Los resultados del ángulo de reposo que se

presentan en este análisis fueron mediciones realizadas en la pila sin excavación en la pata del talud.

Los materiales denominados 1 y 2 que se presentan en la Tabla 4 están conformados por la granulometría de la Tabla 3.

A partir de los resultados presentados en la Tabla 1 se puede concluir que a mayor velocidad con que se levante el embudo menor ángulo de reposo. La variación en este análisis fue de 2.1°.

TABLA 3. DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES 1 Y 2

Material	Cantidad [gr]	pasa tamiz	Tamaño # retiene tamiz #
1	250	8	16
	250	16	30
	250	30	50
	250	50	100
2	500	8	16
	500	50	100

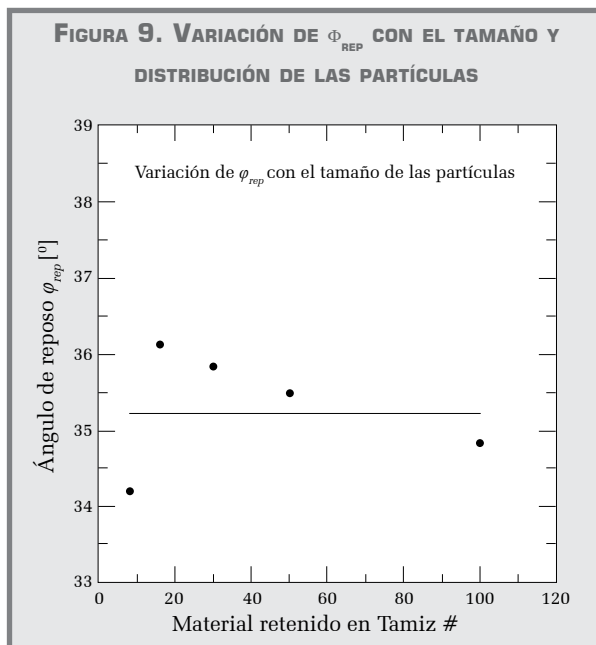
En la Tabla 4 y Figura 9 se presenta el ángulo de reposo determinado para cada tipo de material.

En estos resultados se observa que ϕ_{rep} decrece a medida que el tamaño de las partículas disminuye. Estos resultados difieren de las tendencias presentadas por Kalman (1993) y Chik & Vallejo (2005) (ϕ_{rep} es mayor para las partículas de menor tamaño). Pero coinciden con el análisis que Herle & Gudehus (1999) presentan en su investigación: “Al rodar las partículas en el proceso de formación de la pila, los granos grandes tienden a superar esfuerzos más altos. Esto puede explicar un incremento de ϕ_{rep} al aumentar el tamaño de los granos”.

TABLA 4. VARIACIÓN DEL ϕ_{REP} CON EL TAMAÑO Y DISTRIBUCIÓN DE LAS PARTÍCULAS

Método	Material pasa Tamiz retiene Tamiz	ϕ_{rep} promedio [°]
Embudo (Grande)	4 8	34.2
	8 16	36.1
	16 30	35.8
	30 50	35.5
	50 100	34.8
	Material 1	35.2
	Material 2	35.2

FIGURA 9. VARIACIÓN DE ϕ_{REP} CON EL TAMAÑO Y DISTRIBUCIÓN DE LAS PARTÍCULAS



Fuente: Solaque, 2008.

ϕ_{rep} determinado para el material pasa tamiz #4, retiene tamiz #8 no se ajusta a la tendencia de los otros datos. Es necesario aclarar que este material contiene partículas grandes que no cumplen la condición del diámetro mínimo del embudo ($D_{embudo} > 5d_{particula}$) y durante los ensayos el flujo de este material no fue constante (se tapó el embudo). Basados en ésto se puede decir que indirectamente se comprobó la relación entre el diámetro del embudo y el diámetro de la partícula de mayor tamaño sugerido por Gundogdu (2006).

El ángulo de reposo obtenido para los materiales 1 y 2 (mezcla de diferentes tamaños) dio igual. Posiblemente esto se debe a que las 2 mezclas contienen el mismo tamaño máximo y mínimo de las partículas. Al contener el mismo tamaño máximo y mínimo de las partículas en la mezcla se presenta el mismo relleno de los vacíos por las partículas de menor tamaño.

En conclusión ϕ_{rep} varía 1.5° con el tamaño de las partículas del material.

VARIACIÓN DEL ÁNGULO DE REPOSO CON LA FORMA DE LAS PARTÍCULAS

El análisis de la influencia de la forma de las partículas en el ángulo de reposo se realizó con 3 tipos de materiales granulares diferentes: redondeado (arena del Guamo), alargado (arroz) y angular (azúcar) (Figura 10).

El ángulo de reposo para este análisis se determinó por el método del embudo (sin excavación en la pata del talud), con el embudo grande y 1000 gr de material. En la Tabla 5 se presentan los resultados de este análisis. Las partículas de arena (pasa tamiz #8, retiene #16) y las partículas de azúcar son aproximadamente del mismo tamaño, mientras que los granos de arroz son de mayor tamaño. Como se analizó anteriormente el tamaño de las partículas también influye en el ángulo de reposo (a mayor tamaño de las partículas, mayor ϕ_{rep}).

Realizar una comparación entre estos resultados es difícil debido a los fenómenos observados durante los ensayos realizados con azúcar y a la diferencia de tamaños entre el arroz y los otros dos materiales.

Durante los ensayos se realizaron las siguientes observaciones:

- El azúcar es un material susceptible a la humedad del ambiente, por este motivo determinar el ϕ_{rep} de este material fue complicado. Durante la construcción de las 5 pilas para determinar ϕ_{rep} , se observó que en las primeras pilas el flujo del material es continuo. Después, el azúcar se humedece y se adhieren unas partículas con otras, esto hace que el flujo no sea continuo y la pila quede de forma irregular.
- Las pilas construidas con arroz y azúcar son más susceptibles a la excavación en la pata del talud que las pilas construidas con arena, es decir disminuyen en mayor proporción el ϕ_{rep} con la excavación realizada.

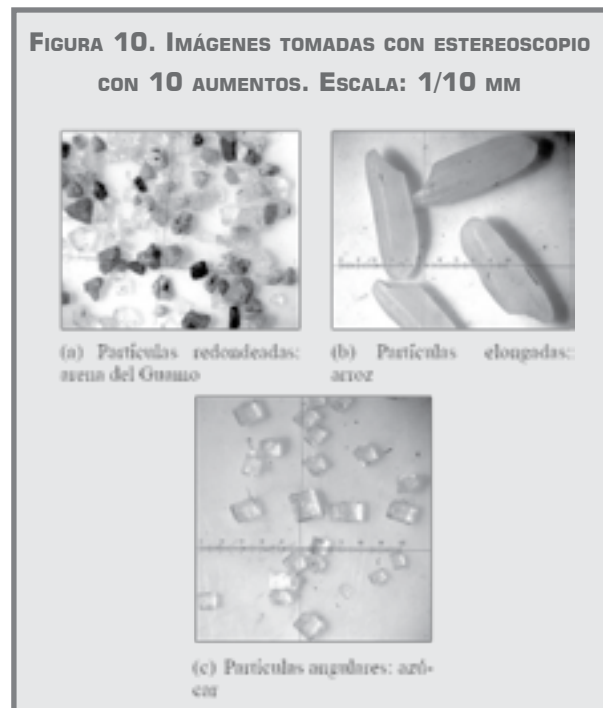
TABLA 5. INFLUENCIA DE LA FORMA DE LAS PARTÍCULAS

Material	ϕ_{rep} promedio [°]
Azúcar	35.5
Arena (pasa T16 retiene T30)	35.8
Arroz	36.3

INFLUENCIA DE LA SATURACIÓN DEL MATERIAL EN ÁNGULO DE REPOSO

Este análisis se realizó con el fin de determinar si el ángulo de reposo varía con la saturación del material. Siguiendo la metodología descrita por Santamarina (2001) (con material seco y sumergido) y con material pasa tamiz # 16, retiene tamiz #30 se realizaron los ensayos del ángulo de reposo. En la Tabla 6 se presentan los resultados.

Comparando estos resultados se puede concluir que el ángulo de reposo no varía con la saturación del material.



Fuente: Solaque, 2008.

TABLA 6. VARIACIÓN DE ϕ_{REP} CON LA SATURACIÓN DEL MATERIAL

Masa [gr]	ϕ_{rep} promedio [°] - Método Santamarina	
	Material seco	Material sumergido
500	34.9	33.8
750	35.0	34.2
1000	36.1	36.0
1500	36.5	36.4

ÁNGULO DE FRICCIÓN CRÍTICO

El ángulo de fricción crítico ϕ_c se determinó mediante un ensayo triaxial CU. Este se realizó con el mismo material empleado en los ensayos del ángulo de reposo (arena de Guamo pasa tamiz #16, retiene #30) con el fin de comparar estos dos ángulos (ϕ_c y ϕ_{rep}).

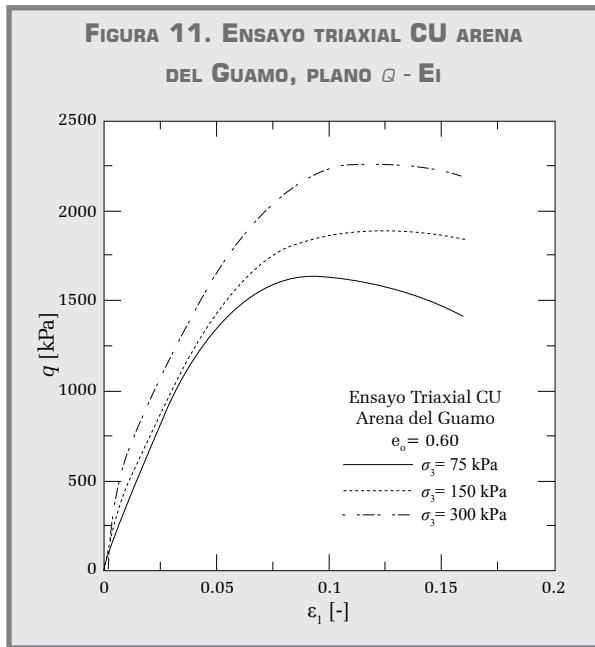
La relación de vacíos inicial de las muestras ($e_o = 0.6$), los parámetros de la arena del Guamo determinados por Arias (2006) y la definición de densidad relativa, clasifican las muestras ensayadas como material granular denso ($D_r > 2/3$).

Las muestras se fallaron hasta una deformación axial del 16°10 para llevarlas todas hasta el estado crítico (“el estado crítico se alcanza al 10°10 de deformación” (Atkinson 1993)). En las figuras 11 y 12 se presentan los resultados de este ensayo.

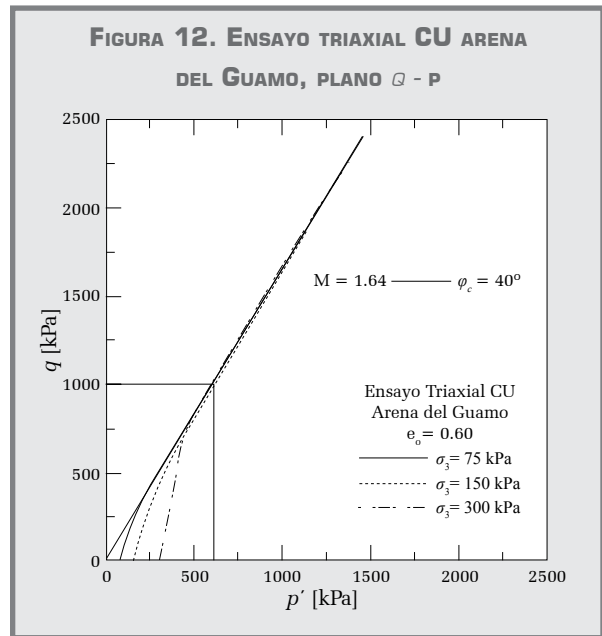
El ángulo de fricción crítico de la arena del Guamo determinado a partir de la pendiente M en el plano q - p fue de 40°.

CONCLUSIONES

El embudo con el que se construya la pila para determinar el ángulo de reposo, debe tener un diámetro de salida mayor o igual a 5 veces el tamaño máximo de la partícula.



Fuente: Solaque & Lizcano 2008.



Fuente: Solaque & Lizcano 2008.

($D_{embudo} > 5d_{particula}$)- Esto para que no haya ninguna influencia del embudo en el ángulo de reposo y el flujo del material sea continuo.

La influencia de la cantidad de material en el ángulo de reposo es diferente en cada uno de los métodos analizados. En el método del cilindro Train la masa no influye en el ϕ_{rep} . En el método del embudo (pila) la masa influye en los resultados, el ϕ_{rep} decrece con el aumento de la masa (en este trabajo la diferencia fue de 1.9°). El método de Santamarina fue el que presentó mayor influencia (3.2°) y una tendencia creciente del ϕ_{rep} con el aumento de la masa.

La línea del estado crítico en el plano q - p determinada a partir de los ensayos realizados en este trabajo fue única. Los ensayos realizados fueron triaxiales CU con arena del Guamo - estado denso. Estos ensayos se realizaron en tres muestras con la misma relación de vacíos inicial y presión de confinamiento variable. La trayectoria de estas muestras durante la fase de corte del ensayo convergen todas en la misma línea del estado crítico.

El ángulo de reposo determinado por medio del embudo y con 1000 gramos de material fue 35.8° (ϕ_{rep} no varía significativamente para masas mayores a 1000 gr). El ángulo de fricción crítico calculado a partir del ensayo triaxial CU fue de 40° . La diferencia entre estos dos ángulos (ϕ_c y ϕ_{rep}) es de 4° aproximadamente.

TRABAJO FUTURO

Realizar ensayos de laboratorio para determinar la variación de la relación de vacíos durante la fase de corte en ensayos de resistencia, para determinar si existe una única relación de vacíos en el estado crítico.

Determinar si existe una relación entre el tamaño de las partículas y el diámetro del cilindro para determinar el ángulo de reposo por el método que presenta Santamarina (2001).

Definir el tipo de superficie sobre la cual se deben realizar los ensayos para determinar el ángulo de reposo, para tener resultados significativos y representativos.

Normalizar el ensayo del ángulo de reposo e incluirlo en normas colombianas de geotecnia.

BIBLIOGRAFÍA

Arias, P. A. *Modelos de comportamiento de suelos granulares: estudio y determinación de sus parámetros*. Master's thesis. 2006.

Atkinson, J. *An introduction to the mechanics of soils and foundations*. 1993.

Chik & Vallejo. "Characterization of the angle of repose of binary granular materials". *Can. Geotech. J.* 42. (2005): 683 - 692.

Graselli, Y., Herrmann, H., Oron, G., & Stefano, Z. "Shape of heaps and in silos". *The European Physical Journal B* 10. (1999): 673 - 679.

Gundogdu, M. Y. "Discharge characteristics of polydisperse powders through conical hoppers. part 2: Predictions for coarse, granular, free flowing powders". *Taylor & Francis* 24. (2006): 23-37.

Kalman, Goder, Rivkin, & Ben-Dor "The effect of the particle-surface friction coefficient on the angle of repose". *Bulk Solids Handling* 13. (1993): 123 - 128.

Pilpel, N. "The flow of powders and granular solids". *H 7.* (1966): 699-702.

Santamarina, J. C. & Cho, G. C. "Determination of critical state parameter in sandy soils - simple procedure". *Geotechnical Testing Journal* 24. (2001): 185 - 192.

Solaque, D. P. "Comparación del ángulo de fricción crítico con el ángulo de reposo. Análisis de la influencia de algunos factores en la determinación del ángulo de reposo". Master's thesis. (2008).

Solaque, DP & Lizcano, A. "Comparación del ángulo de fricción crítico con el ángulo de reposo. Análisis de la influencia de algunos factores en la determinación del ángulo de reposo". *Memorias Congreso Colombiano de Geotecnia - XIICCG.* (2008).

Train, D. Some aspects of the property of angle of repose of powders. (1958): 127 - 135.